

变刚度超冗余绳驱智能柔性机械臂说明书

1. 应用价值

(1) 近年来，空间技术迅速发展，国内外对空间非合作目标（航天器、卫星、空间站等没有特殊对接装置的航天设备）的研究愈加深入而广泛。对于没有安装对接和抓捕机构的空间非合作目标的在轨维修和回收工作十分困难如图 1-a 所示，尤其在抓捕过程中，抓捕目标惯性大，对机械臂造成的冲击更大，极易导致机械臂损坏或目标损坏。然而传统机械臂结构简单，功能单一，只能在特定环境下执行特定的任务，灵活性和智能化水平较低，很难完成对接和抓捕任务，因此急需设计一款变刚度超冗余绳驱智能柔性机械臂（后文中简称的变刚度机械臂或智能柔性机械臂亦为此产品）来完成这项复杂的任务如图 1-b 所示。

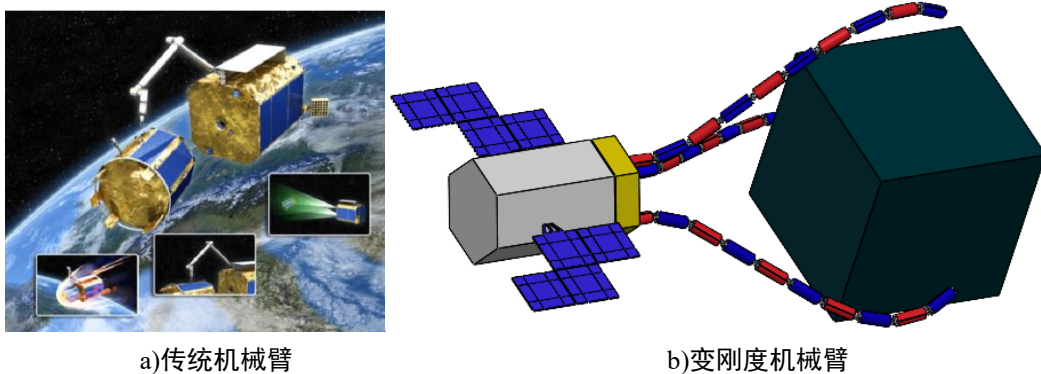


图 1 空间非合作目标抓捕

(2) 在抓捕过程中，由于运动位姿和定位存在误差，变刚度机械臂与抓捕空间目标之间不可避免的发生碰撞，产生接触力，极易造成变刚度机械臂和空间目标的损坏，因此，使用运动灵巧、刚度可控的绳驱机械臂进行空间非合作目标的柔顺抓捕具有巨大的应用前景。柔顺抓捕可将接触力控制在许可范围内，柔性抓捕需要绳驱机械臂具有优秀的变刚度特性，更好的控制运动位姿，减小位姿误差并将接触力控制在许可范围之内，减少或避免对绳驱机械臂和抓捕目标的意外损坏。

(3) 核电站、石油和燃气等能源工厂的设备的巡检工作十分困难，作业空间狭小、管道纵横且危险性极高，鉴于绳驱机械臂具有极强的灵活性和柔顺性，可以穿越狭小空间，并能适应于极限环境，因此在各种管道内部检测和大型能源设备的狭小空间监测中具有巨大的应用潜力。

2. 制造内容

(1) 机械结构和模块化设计

面对复杂的太空环境，机械结构是变刚度机械臂进行卫星抓捕的基础，以稳定且简单的机械结构实现复杂且灵活的空间运动，以精巧的结构实现快速安装、

调试和维修是机械结构设计的最终目标。本文创新设计了一种基于旋转式快换机构的变刚度绳驱机械臂。

变刚度绳驱机械臂采用模块化设计,模块化关节包括一个万向节和一个 PLA 关节,如 Figure 1 所示。每个模块化关节由三根绳索控制,每两根绳索间隔 120° ,每根绳索由一根电机带动的丝杠控制伸长和缩短。

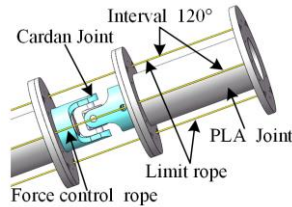


Figure 1 Modular joint

变刚度绳驱机械臂由4个Modular joint以“Yaw-Pitch-Pitch-Yaw”方式串联组成 Multiple modular joints,奇数关节为“Yaw-Pitch”,偶数关节为“Pitch-Yaw”,如 Figure 2所示。变刚度绳驱机械臂共8个自由度,每个2DOFs Modular joint由3根绳索控制,共12根绳索控制且均为Force control rope。

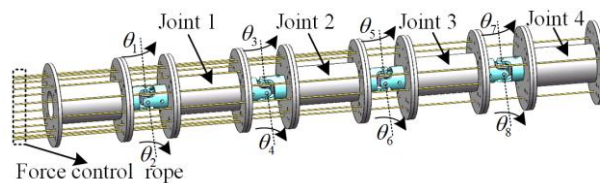


Figure 2 Multiple modular joints

变刚度绳驱机械臂由Multiple modular joint和Driving system两部分组成。Driving system采用便于安装、调试和实验的模块化旋转快换设计,由6个rotary quick change module和1个安装主轴组成,安装主轴将前固定板、6个rotary quick change module、后固定板依次串联起来,如Figure 3所示。rotary quick change module采用旋转快换式机构设计,该模块在解除两端约束后可绕Driving system的旋转主轴自由旋转,方便进行内部绳索、联轴器和电机的安装调试工作。通过旋转快换式机构设计使变刚度绳驱机械臂整体样机结构设计精巧稳定、安装调试便利。

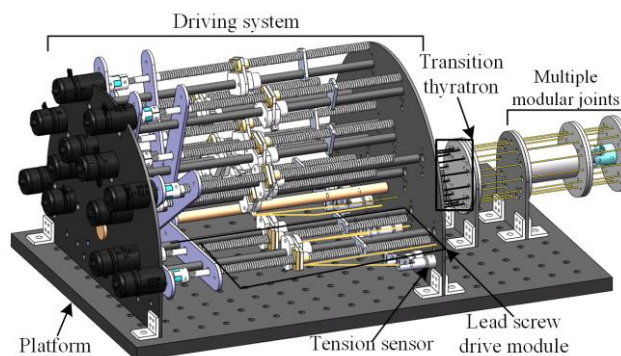


Figure 3 Driving system

其中rotary quick change module包括：Screw 1mm lead、Junction plate、Double cut T nuts、Dead plate、Optical axis、Driving Cable、Slipway、Limiter、Coupling and RM2006，如Figure 4所示。每个 rotary quick change module 通过两个Dead plate将两组RM2006直流无刷减速电机和丝杠等固定在平台和安装主轴上。每个RM2006控制1根Force control rope，RM2006输出力矩大、控制精度高、输出功率大、体积小，RM2006电机参数如

Table 1所示。既节省了安装空间，减轻了整体重量，又满足驱动力矩的要求。RM2006的输出轴通过联轴器和丝杠相连，并通过丝杠将旋转运动转换为T型螺母的平移运动。T型螺母通过连接件带动滑台在光轴上平移运动，从而实现绳索的前进和后退，绳索一端固定到Multiple modular joints，一端经过Limiter与拉力传感器相连。其中RM2006最大径向载荷（动载荷）高达495N，带动绳索产生的拉力可控制范围大，对Multiple modular joints的刚度控制效果更好。丝杠导程为1mm，即电机输出轴转过一圈，控制绳索前进或后退1mm，从而控制Modular joint的空间运动，绳索控制精度可达0.003mm。因此变刚度绳驱机械臂刚度和运动控制精度高，活动灵巧，可在三维空间内自由运动。

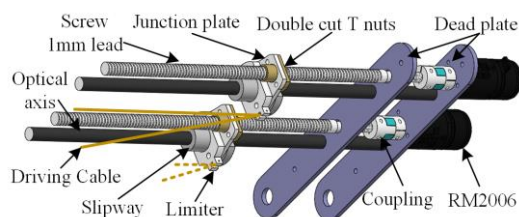


Figure 4 Rotary quick-change module

Table 1 Parameters of RM2006.

Parameter	Value
Mass(g)	90
Working voltage(V)	24
Working current(A)	3
Diameter (mm)	35
Length (mm)	44
Speed(rpm)	416
Torque(N·m/mA)	0.18

(2) Transient Structural 分析

为满足设计零部件和整体样机的强度需求，在变刚度绳驱机械臂结构设计完成后，根据系统的实际运行情况，需对关键零部件进行 Transient Structural 分析。

Transient Structural 分析是指在结构件受到随时间变化的载荷时，结构形变、应力和应变响应等也随之发生变化的分析过程。变刚度绳驱机械臂主要用于动态

实验，拉绳模块在运动过程中会受到变载荷的作用，需进行变载荷的瞬态动力学分析。因此，需对多关节变刚度绳驱机械臂的主要受力部件 Limiter 进行 Transient Structural 分析。

首先，将 Limiter 的 solidworks 模型导入工作空间，选定 Limiter 的材料为 Plastic, ABS (样机的 Limiter 为 3D 打印加工)。然后，Element 设置为 1mm，添加模型之间的接触关系约束自由度，如 Figure 5 (c) 所示。最后，在导绳模块拉力的节点处，0-100N 的随时间上升并保持 100N 的动态拉力被加载。加载时间步设定为 0.01s，结束时间 1s，0-0.7s 拉力由 0N 上升到 100N，0.7s-1s 保持 100N 拉力不变，加载拉力如 Figure 5 (d) 所示。该过程可模拟导绳模块拉紧绳索过程中，承受拉力变大的过程和到达目标拉力并保持拉力的过程。

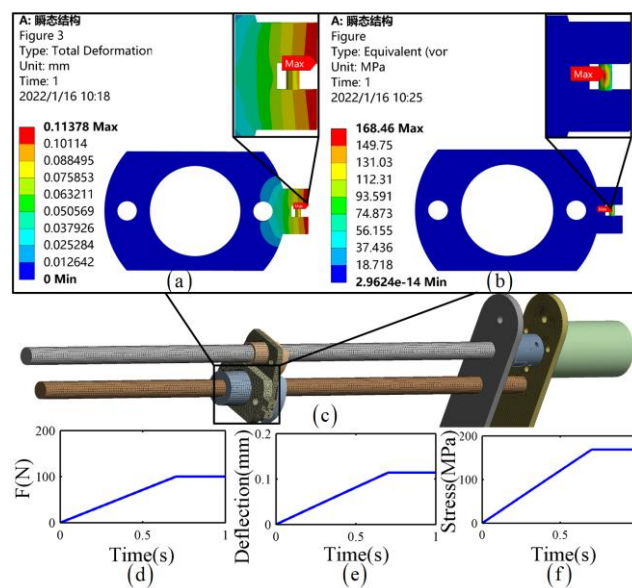


Figure 5 Limiter transient structural analysis

Transient Structural 分析如 Figure 5 所示，Limiter 在 1s 内最大变形量为 0.11378mm，其最大变形点发生在末端如 Figure 5 (a) 所示，加载过程中变形量变化如 Figure 5 (e) 所示。Limiter 在 1s 内的最大等效应力为 168.46Mpa，其最大等效应力点在 Limiter 的钢轴上，加载过程中应力变化如 Figure 5 (f) 所示。根据第四理论强度可以得出最大应力值小于结构刚的 Tensile Yield Strength 250Mpa，若将 Limiter 替换为金属材料，结构性能进一步加强。

经过上述 Transient Structural 分析可知，本文设计的基于旋转式快换机构的变刚度绳驱机械臂，结构设计稳定安全合理，满足实际运动和承受拉力的要求。

(3) 运动学模型

变刚度绳驱机械臂的绳索长度、关节角度、末端位置分别对应绳索空间、关节空间和任务空间，各部分之间存在紧密的运动学关系。为了实现变刚度绳驱机械臂的灵活运动规划，下面对关节空间到任务空间和关节空间到绳索空间的运动学模型进行了详细的推导。

①关节空间到任务空间:

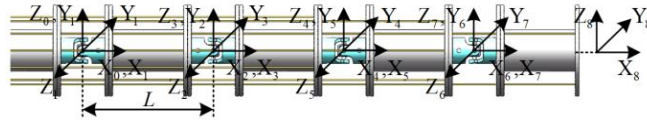


Figure 6 D-H coordinate

为了描述变刚度绳驱极限臂各个关节和末端的相对运动关系, 推导变刚度绳驱机械臂的关节坐标系与末端坐标系正运动学关系, 需建立关节空间到任务空间的运动学模型。首先, 根据变刚度绳驱机械臂的结构按照经典 D-H 规则建立 D-H 坐标系如 Figure 6 所示, D-H parameters 如 Table 2 所示。

Table 2 D-H parameters

Join t	$a_i (mm)$	$\alpha_i (^\circ)$	$d (mm)$	$\theta_i (^\circ)$
1	0	90°	0	θ_1
2	L	0°	0	θ_2
3	0	-90°	0	θ_3
4	L	0°	0	θ_4

由机器人运动学理论可知, 相邻两杆间齐次变换矩阵为式(1)。

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中:

$$\begin{aligned} s\theta_i &= \sin(\theta_i), s\alpha_i = \sin(\alpha_i); \\ c\theta_i &= \cos(\theta_i), c\alpha_i = \cos(\alpha_i). \end{aligned}$$

然后, 由上式联立可得到绳驱机械臂末端在笛卡尔坐标系里的位置和姿态方程, 即变刚度绳驱机械臂的末端坐标系与关节坐标系的正运动学关系式(2)。

$${}^0T_n = {}^0T_1 {}^1T_2 \cdots {}^{n-1}T_n \quad (2)$$

②关节空间到绳索空间:

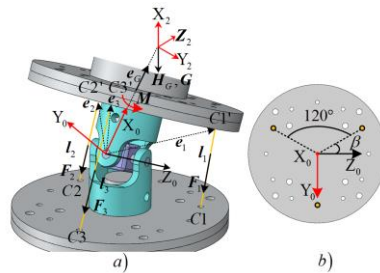


Figure 7 Kinematical modeling a) D-H coordinate system b) The position of the rope hole in the coordinate system

由上小节机械结构设计可知，1，3 关节为“Yaw-Pitch”，2，4 关节为“Pitch-Yaw”。现在以 1 关节“Yaw-Pitch”为例，如 Figure 7(a)所示，分析关节空间到绳索空间的绳索变化量。

首先，将三根绳索分别标记分 1、2、3，且依次间隔 $\delta = 120^\circ$ 按 Figure 7 (b) 所示穿过变刚度绳驱机械臂关节上的绳孔，其中绳索 1 与 Z 轴夹角为 $\beta = 0^\circ$ ，其中两个万向节间距 $L = 104\text{mm}$ ，臂杆圆盘间距为 $2h = 40\text{mm}$ ，绳索布置半径为 $r = 18\text{mm}$ ，由此可得出绳索下端 $C_1C_2C_3$ 的坐标在 $\{0\}$ 坐标系中分别为：

$$C_1 = \begin{bmatrix} -h \\ -rs\beta \\ -rs\beta \\ 1 \end{bmatrix} C_2 = \begin{bmatrix} -h \\ -rc(\beta + \delta) \\ -rs(\beta + \delta) \\ 1 \end{bmatrix} C_3 = \begin{bmatrix} -l/2 \\ -rc(\beta + 2\delta) \\ -rs(\beta + 2\delta) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

同理，绳索上端 $C_{1'}C_{2'}C_{3'}$ 的坐标在 $\{2\}$ 坐标系中分别为：

$$C_{1'} = \begin{bmatrix} h-L \\ -rs\beta \\ rc\beta \\ 1 \end{bmatrix} C_{2'} = \begin{bmatrix} h-L \\ -rs(\beta + \delta) \\ rc(\beta + \delta) \\ 1 \end{bmatrix} C_{3'} = \begin{bmatrix} h-L \\ -rs(\beta + 2\delta) \\ rc(\beta + 2\delta) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

然后，运用矢量运算的方法，可将 $C_1C_2C_3$ 点在 $\{0\}$ 坐标系中表示为：

$$C_{1'} = \begin{bmatrix} hc\theta_1c\theta_2 + rs\beta c\theta_1s\theta_2 + rc\beta s\theta_1 \\ hs\theta_1c\theta_2 + rs\beta s\theta_1s\theta_2 - rc\beta c\theta_1 \\ hs\theta_2 - rs\beta c\theta_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$C_{2'} = \begin{bmatrix} hc\theta_1c\theta_2 + rs(\beta + \delta)c\theta_1s\theta_2 + rc(\beta + \delta)s\theta_1 \\ hs\theta_1c\theta_2 + rs(\beta + \delta)s\theta_1s\theta_2 - rc(\beta + \delta)c\theta_1 \\ hs\theta_2 - rs(\beta + \delta)c\theta_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C_{3'} = \begin{bmatrix} hc\theta_1c\theta_2 + rs(\beta + 2\delta)c\theta_1s\theta_2 + rc(\beta + 2\delta)s\theta_1 \\ hs\theta_1c\theta_2 + rs(\beta + 2\delta)s\theta_1s\theta_2 - rc(\beta + 2\delta)c\theta_1 \\ hs\theta_2 - rs(\beta + 2\delta)c\theta_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由(4)-(7)可知绳索向量 $C_1C_{1'}$ 在 $\{0\}$ 系的表示为：

$$C_1C_{1'} = \begin{bmatrix} -h - hc\theta_1c\theta_2 - rs\beta c\theta_1s\theta_2 - rc\beta s\theta_1 \\ -rc\beta - hs\theta_1c\theta_2 - rs\beta s\theta_1s\theta_2 + rc\beta c\theta_1 \\ -rs\beta - hs\theta_2 + rs\beta c\theta_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

绳索 C_2C_2 和 C_3C_3 可由同样方法计算得出，由绳索向量可求出绳索的长度和方向，受篇幅限制，这里以 C_1C_1 为例继续求解。

对 C_1C_1 进行两边对 θ 求导可得出驱动绳索 C_1C_1 的速度雅可比矩阵 $J_{C_1C_1}$ ：

$$J_{C_1C_1} = \frac{\partial C_1C_1}{\partial \theta_1} + \frac{\partial C_1C_1}{\partial \theta_2} \quad (9)$$

根据上述所示方法，可依次求出Multiple modular joints中12根绳索的位移变化和速度雅可比矩阵关系，将其进行仿真计算得出位移和速度变化曲线如Figure 8和Figure 9所示。

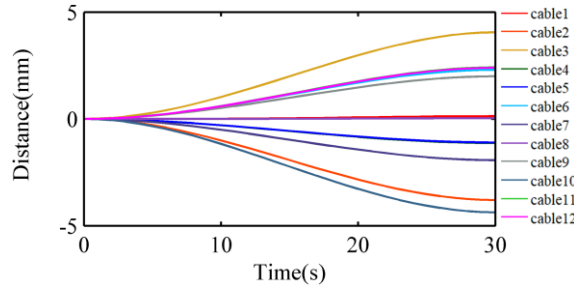


Figure 8 Displacement of 12 ropes in multiple modular joints

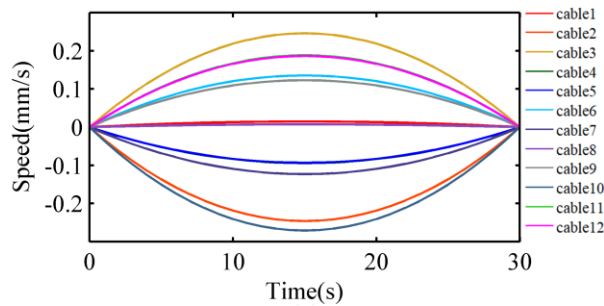


Figure 9 Displacement differential gives the velocity

(4) 基于卷积 S 速度曲线规划算法

在控制绳驱机械臂按照预先规划好的路径运行时，通常使用迭代雅可比法和基于多项式的速度曲线规划法。迭代雅可比法在迭代过程中易导致运动速度的不连续，基于多项式的速度曲线规划法解决了速度的不连续问题，但是多项式法运算复杂，加速度和加加速度设定困难，且多项式计算效率较低，占用计算资源多。为此本文提出了基于卷积 S 速度曲线规划算法。该算法灵活控制运动的加速度和加加速度，以提高绳驱机械臂运动的平滑性、稳定性和运行效率。本节首先介绍了基于多项式的速度曲线规划方法，讨论了它存在的问题，在此基础上提出了卷积 S 速度曲线规划算法。

①基于多项式的速度曲线规划算法

很多学者通常使用迭代雅可比的方法来规划绳驱机械臂的运动，但速度迭代过程会导致速度的不连续，影响整个系统的稳定性和平滑性。在变刚度绳驱机械臂运动过程中，绳索的速度曲线存在加速度不稳定和突变问题，从而引起机械系统的振动。

Tang 等人提出了基于多项式的速度曲线规划算法[23], 解决了速度不连续问题, 提高了绳驱机械臂的运动平滑性和精度, 其原理如 Figure 10 所示。在 $0-t_1$ 时间内, 加加速度为最大值, 加速度曲线由 0 上升到最大值, 速度曲线由零状态开始平滑上升; 在 t_1-t_2 时间内, 加加速度为 0, 加速度保持最大值不变, 速度曲线迅速上升; 在 t_2-t_3 时间内, 加加速度为最小值, 加速度下降至 0, 速度曲线由迅速上升平滑过渡为匀速直线运动。 $0-t_3$ 为加速度阶段, 与 t_4-t_7 减速阶段的原理相同。基于多项式的速度曲线规划算法是采用速度分段的方式, 通过多项式将加加速度和加速度控制点平滑的连接起来, 规划出平滑稳定的速度曲线。其中加加速度可由加加速度积分得到, 速度可由加速度积分得到, J_{\max} 为加加速度曲线的最大值, A_{\max} 为加速度曲线的最大值, V_{\max} 为速度曲线的最大值。

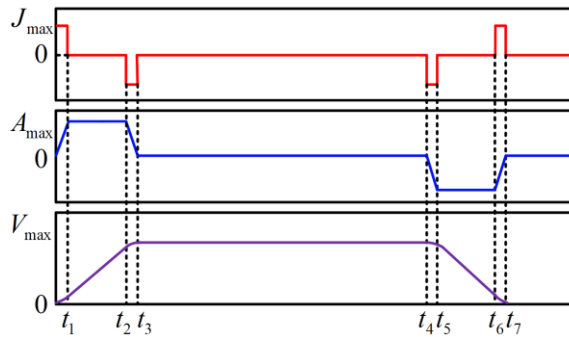


Figure 10 Polynomial S velocity curve planning principle

根据多项式的原理, 加加速度、加速度、速度曲线共有 7 个时间区间, 它们的各个区间表达式如下:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{j_{\max}(t-t_0)^2}{2}, & t_0 \leq t \leq t_1 \\ v_1 + a_{\max}(t-t_1), & t_1 \leq t \leq t_2 \\ v_2 + a_{\max}(t-t_2) - \frac{j_{\max}(t-t_2)^2}{2}, & t_2 \leq t \leq t_3 \\ v_3, & t_3 \leq t \leq t_4 \\ v_4 - \frac{j_{\max}(t-t_4)^2}{2}, & t_4 \leq t \leq t_5 \\ v_5 - a_{\max}(t-t_5), & t_5 \leq t \leq t_6 \\ v_6 - a_{\max}(t-t_6) + \frac{j_{\max}(t-t_6)^2}{2}, & t_6 \leq t \leq t_7 \end{cases} \quad (10)$$

其中 $j(t)$ 为加加速度曲线的各个阶段表达式, $a(t)$ 为加速度曲线的各个阶段表达式, $v(t)$ 为速度曲线的各个阶段表达式。其中 v_1 、 v_2 、 v_3 、 v_4 、 v_5 、 v_6 分别是 t_1 、 t_2 、 t_3 、 t_4 、 t_5 、 t_6 时刻的速度值。

以上是基于多项式原理的速度曲线规划算法，它优化了速度曲线，减小了系统振动，提高了系统平滑性和稳定性。但是基于多项式的速度曲线规划算法计算过程复杂，计算量大，加加速度和加速度的控制不灵活。

②基于卷积的 S 速度曲线规划算法（卷积动态加加速度规划方法）

本文在多项式的研究基础上引入数字卷积的计算方式，设计了基于卷积的 S 速度曲线规划算法。

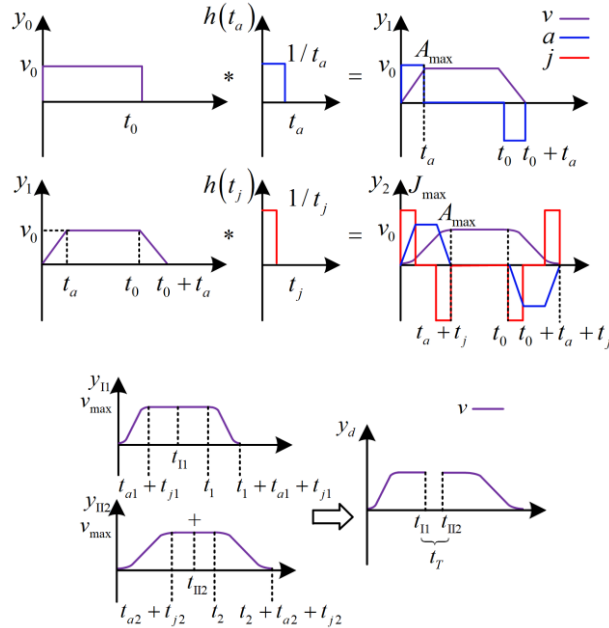


Figure 11 Convolution S velocity curve planning principle

根据卷积的性质可知，卷积运算的输入和输出函数曲线的总面积不变。利用该性质可用来规划绳索的速度曲线。绳索的期望位移和速度为矩形速度输入函数 $y_0(t)$ 和 v_0 ，将 $h(t_a)$ 作为一次卷积算子，进行一次卷积运算，得到 $y_1(t)$ 梯形速度曲线。梯形速度曲线的零状态到加速状态，减速到零状态仍然存在速度冲击过大问题，为此再次将 $y_1(t)$ 作为输入函数，将 $h(t_j)$ 作为二次卷积算子，进行二次卷积运算，得到 $y_2(t)$ S 速度曲线。S 速度曲线将零状态、加速状态、匀速状态和减速状态通过加加速度和加速度控制平滑连接起来。卷积过程原理如 Figure 11 所示，卷积过程的函数设定如下所示：

基于卷积的 S 速度曲线规划算法的卷积算子表达式为：

$$h(t) = \frac{1}{t} \quad (11)$$

一次卷积输入函数为：

$$y_0(t) = v_0 \quad (12)$$

对 $h(t)$ 和 $y_0(t)$ 进行一次卷积得到输出函数为：

$$y_1(t) = \int_0^t y_0(\tau)h(\tau-t)d\tau \quad (13)$$

在一次卷积计算过程中:

$$t = t_a = v_0 / A_{\max} \quad (14)$$

将一次卷积输出结果函数 $y_1(t)$ 和 $h(t)$ 进行二次卷积得到输出函数为:

$$y_2(t) = \int_0^t y_1(\tau)h(\tau-t)d\tau \quad (15)$$

在二次卷积计算过程中:

$$t = t_j = A_{\max} / J_{\max} \quad (16)$$

运用式(8)得出的位移关系式, 经过卷积 S 速度曲线规划算法可得到优化后的 Multiple modular joints 中 12 根绳索的速度曲线如 Figure 12 所示, 该规划方法优化了速度曲线, 使运动更加平滑, 减弱了运动开始和结束时加速度过大引起的系统振动, 使系统控制更加的稳定, 同时简化了计算方法。

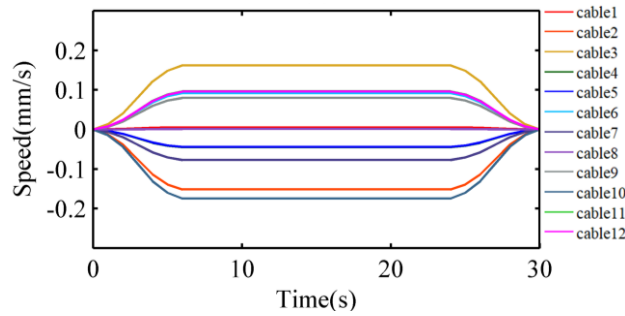


Figure 12 Convolution S velocity curve planning velocity

根据变刚度绳驱机械臂实际运行情况, 通过上述卷积运算过程, 可推导出卷积的递归表达形式:

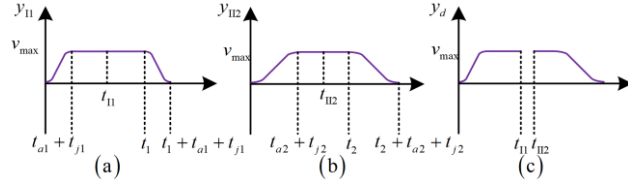
$$y_n(k) = \frac{y_{n-1}(k) - y_{n-1}(k - m_n)}{m_n} + y_n(k-1) \quad (17)$$

式中 $k = \frac{t}{T_s}$, $m_n = \frac{t_n}{T_s}$, T_s 为总采样时间。

由式(17)可知, 该卷积的递归计算公式仅由加减运算和除法运算组成, 省去了卷积原有的积分运算, 大大提高了计算效率, 节省了计算资源。

卷积 S 速度曲线相比多项式速度曲线在计算时间和效率上更具有优势, 绳驱机械臂控制的电机数量更多, 在长时间操控时, 多项式计算量极大, 占用系统资源更多, 而卷积递归计算运算速度更快, 占用系统资源少。特别在航天领域, 整体系统计算资源紧张, 更需要计算耗时短、效率高的卷积 S 速度曲线速度规划算法。

③多种情况下的卷积动态加加速度规划方法



根据上述规划方法讲述的原理,我们可推导出多种情况下的卷积动态加加速度规划方法,我们将规划好的 $y_I(t)$ 和 $y_{II}(t)$ 两条位移相等的速度曲线在中间等分,合成一条不对称 S 速度曲线,如上图所示。这种新的规划算法更符合多种情况的运动,加速和减速阶段的加加速度和加速度可分别设置,更加灵活的适应多种运动情况。

我们可根据期望位移分为长、中、短距离分为三种运动情况。

其中长距离分两种情况,第一种情况为在 $y_I(t)$ 和 $y_{II}(t)$ 中都存在匀速运动阶段,将 $y_I(t)$ 和 $y_{II}(t)$ 分别等分为两部分,中点分别为 t_{II} 和 t_{II2} 。

$$t_{II} = \frac{t_1 + t_{a1} + t_{h1}}{2} \quad (18)$$

$$t_{II2} = \frac{t_2 + t_{a2} + t_{h2}}{2} \quad (19)$$

将 18 和 19 做差,可得到间隔时间 t_T ,

$$t_T = t_{II} - t_{II2} \quad (20)$$

将 $y_I(t)$ 和 $y_{II}(t)$ 在等分处叠加,可得到期望的非对称 S 速度曲线如图所示。

$$y_d(t) = \begin{cases} y_{II}(t), & 0 \leq t \leq t_{II} \\ y_{II2}(t + t_T), & t_{II} \leq t \leq t_{II} + t_{II2} \end{cases} \quad (21)$$

根据式 17 联立可得 y 的递归表达形式:

(5) 变刚度绳驱机械臂控制策略

为了实现绳驱机械臂的变刚度控制,本文采用基于位置的阻抗控制来调节绳索的拉力以达到控制刚度的目的。本节首先介绍了阻抗控制的原理,然后设计了基于位置的阻抗控制来补偿绳索的运动位置和速度变化。

① 阻抗控制原理

变刚度绳驱机械臂的阻抗控制是基于二阶“弹簧-质量-阻尼”系统的,通过调节绳索的位置、速度、加速度和绳索上的拉力来控制机械臂末端与环境的接触力。从而实现控制绳驱机械臂刚度的目的。阻抗控制中的接触力和绳索的位置关系可等效理解为“弹簧-质量-阻尼”系统中弹簧弹力和弹簧变形量的关系,所以建立一个阻抗关系模型表达式为:

$$\mathbf{M}_d \Delta \ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}_d \Delta \dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}_d \Delta \mathbf{X}(t) = \mathbf{F}_e(t) - \mathbf{F}_d(t) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Delta \ddot{\mathbf{X}}(t) &= \ddot{\mathbf{X}}(t) - \ddot{\mathbf{X}}_d(t) \\ \Delta \dot{\mathbf{X}}(t) &= \dot{\mathbf{X}}(t) - \dot{\mathbf{X}}_d(t) \\ \Delta \mathbf{X}(t) &= \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}_d(t) \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $\ddot{\mathbf{X}}_d$ 为绳索的期望加速度， $\dot{\mathbf{X}}_d$ 为期望速度， \mathbf{X}_d 为期望位置， $\ddot{\mathbf{X}}$ 为绳索的实际加速度， $\dot{\mathbf{X}}$ 为实际速度， \mathbf{X} 为实际位置， \mathbf{F}_e 为绳索实际拉力， \mathbf{F}_d 为绳索期望拉力， \mathbf{M}_d 惯性系数矩阵、 \mathbf{B}_d 阻尼系数矩阵、 \mathbf{K} 刚度系数矩阵为系统阻抗控制参数。

阻抗特性 \mathbf{Z} 和导纳特性 $1/\mathbf{H}$ 同时存在阻抗控制系统中,该系统的输入信号为绳索的位置偏差 \mathbf{X}_e , \mathbf{X}_e 为期望绳索位置 \mathbf{X}_d 与实际绳索位置 \mathbf{X} 的差。当系统中的 $\mathbf{X}_e \neq 0$ 时, 将 \mathbf{X}_e 输入到阻抗特性 \mathbf{Z} 中, 系统将位置偏差换算成绳索拉力信号输出到导纳特性 $1/\mathbf{H}$ 中, 系统还会根据拉力误差换算成绳索位置和速度信号反馈回系统输入端, 形成一个互相影响的动态平衡的阻抗控制系统。

②基于位置的阻抗控制

为了将变刚度绳驱机械臂与外界环境融合控制, 本文建立了基于位置阻抗控制系统。基于位置的阻抗控制系统由绳索位置控制内环和阻抗控制外环构成, 阻抗控制外环是将机械臂末端与环境的接触力转换为绳索位置的修正量 e , 这样就把拉力信号融合进了位置和速度控制中, 在控制绳索位置和速度的过程中同时控制绳索拉力。结合实际情况, 建立如 Figure 13 所示阻抗控制系统。

在阻抗控制外环中, 绳索的位置修正量 e 与绳索拉力的关系在频域中 $\mathbf{E}(s)$ 可表示为:

$$\mathbf{E}(s) = \frac{\Delta \mathbf{F}(s)}{\mathbf{M}_d s^2 + \mathbf{D}_d s + \mathbf{K}_d} \quad (24)$$

采用双线性变化 $H(z) = H(s) \Big|_{s=\frac{2z-1}{Tz+1}}$ 得到阻抗模型的离散表达式为:

$$\mathbf{H}(z) = \frac{\mathbf{E}(z)}{\Delta \mathbf{F}(z)} = \frac{T^2(z+1)^2}{w_1 z^2 + w_2 z + w_3} \quad (25)$$

$$w_1 = 4\mathbf{M}_d + 2\mathbf{D}_d T + \mathbf{K}_d T^2 \quad (26)$$

$$w_2 = 2\mathbf{K}_d T^2 - 8\mathbf{M}_d \quad (27)$$

$$w_3 = \mathbf{K}_d T^2 + 4\mathbf{M}_d - 2\mathbf{D}_d T \quad (28)$$

由离散阻抗模型表达式 [错误!未找到引用源。](#), 得机器人阻抗控制的差分方程:

$$\mathbf{e}(n) = \frac{1}{w_1} [\Delta T - w_2 \mathbf{e}(n-1) - w_3 \mathbf{e}(n-2)] \quad (29)$$

$$\Delta T = \Delta \mathbf{F}(n) T^2 + 2T^2 \Delta \mathbf{F}(n-1) + T^2 \Delta \mathbf{F}(n-2)$$

绳索的位置修正量 e 与期望绳索位置 X_d 做差可得到修正后的绳索位置 X_c :

$$X_c = X_d - e \quad (30)$$

将修正后的绳索位置 X_c 微分可得到绳索速度的修正量 v_c 。

电机转过角度为 θ_M ,变刚度绳驱机械臂样机选用丝杠导程为 $n = 1mm$,由旋转关系可知绳索位置与电机转动角度的映射关系为:

$$\Delta X = \frac{\theta_M}{2\pi} n \quad (31)$$

电机转动速度为 v_M (rpm) , 绳索速度与电机转动速度的映射关系为:

$$v = \frac{v_M}{60 \cdot 2\pi} n \quad (32)$$

基于位置的阻抗控制的期望阻抗模型是通过根据驱动绳索与关节臂杆的接触力偏差调整驱动绳索的位置和关节角度得以实现,这种控制方式是以电机的位置控制为基础的。如果绳索拉力(差)为零,系统简化为单纯的绳索位置控制;当驱动绳索的拉力(差)作用时,阻抗控制外环将力信号通过导纳特性转化为位置信号与期望位置叠加,生成期望位置进行控制。因此,基于位置的阻抗控制具有更高的力控制精度、更强的鲁棒性和变刚度能力。

$$v_D = v_d - v_c \quad (33)$$

v_D 为补偿后的期望速度, v_d 为基于卷积 S 速度曲线规划的期望速度, v_c 为补偿的阻抗控制位置修正量的微分。本文将基于位置的阻抗控制作为外环,添加内环速度控制。期望速度为卷积 S 速度曲线规划算法规划的速度值,反馈速度为基于位置的阻抗控制的位置修正量的微分,该方法通过拉力误差产生的位置误差来补偿当前的运动速度值,以提高控制系统的变刚度性能和稳定性。

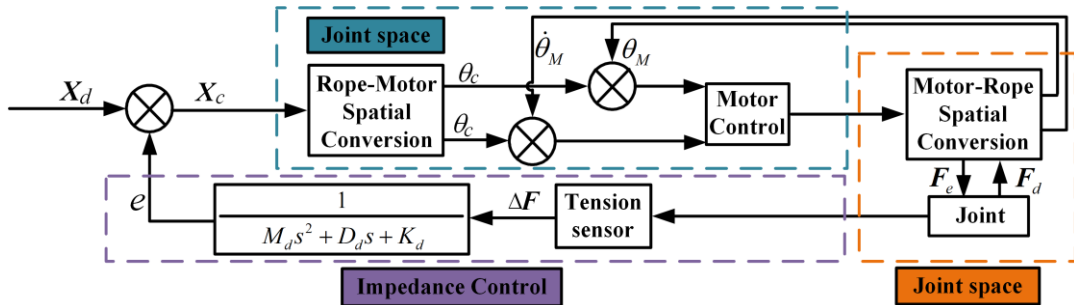


Figure 13 The based on position impedance control system

(6) 刚度模型建立

①运动学建模

为了建立关节空间到末端任务空间的运动学模型,在本文设计的实验样机的基础上建立 D-H 坐标系,相邻两个万向节中心间距为 L ,如图 1 所示, D-H 参数表如表 1 所示。由机器人运动学中相邻坐标系的齐次变换关系(34)可推导出从基坐标系 $\{0\}$ 到末端坐标系 $\{n\}$ 的变换关系式(2)。

$${}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i c\alpha_i & s\theta_i s\alpha_i & a_i c\theta_i \\ s\theta_i & c\theta_i c\alpha_i & -c\theta_i s\alpha_i & a_i s\theta_i \\ 0 & s\alpha_i & c\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (34)$$

式中:

$$s\theta_i = \sin(\theta_i), s\alpha_i = \sin(\alpha_i);$$

$$c\theta_i = \cos(\theta_i), c\alpha_i = \cos(\alpha_i)。$$

$${}^0\mathbf{T}_i = {}^0\mathbf{T}_1 {}^1\mathbf{T}_2 \cdots {}^{i-1}\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} {}^0\mathbf{n}_i & {}^0\mathbf{o}_i & {}^0\xi_i & {}^0\mathbf{p}_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, (i=1,2,\dots,n) \quad (35)$$

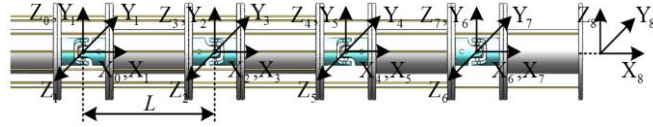


Table 3 D-H parameters

Join t	a_i (mm)	α_i ($^\circ$)	d (mm)	θ_i ($^\circ$)
1	0	90°	0	θ_1
2	L	0°	0	θ_2
3	0	-90°	0	θ_3
4	L	0°	0	θ_4

②静力学建模

一般情况下,当绳驱机械臂执行空间任务时,关节发生旋转运动,整个系统会受到机械臂末端的外力、驱动绳索上的拉力、机械臂自身重力、驱动绳索与绳孔之间的摩擦力。因为绳驱机械臂运动较为缓慢,为了简化计算可将绳驱机械臂系统等效为静态平衡状态,且在计算过程中忽略摩擦力的影响。根据静力分析,如图 XX 所示,本文研究的每个机械臂关节均有三根绳索控制,由虚功原理可知系统的静态平衡方程:

$$\mathbf{F}^T \cdot \delta \mathbf{p} - \mathbf{F}_i^T \cdot \delta \mathbf{l} - \mathbf{G}^T \cdot \delta \mathbf{h} = 0 \quad (36)$$

在静态平衡方程中,外力为 $\mathbf{F} = [F_1 \ F_2 \ \cdots \ F_n]^T$, 绳索拉力为 $\mathbf{F}_i = [F_{i1} \ F_{i2} \ \cdots \ F_{i3m}]^T$, 自身重力为 $\mathbf{G} = [G_1 \ G_2 \ \cdots \ G_m]^T$, 绳驱机械臂末端位置及方向为 $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\xi} \end{bmatrix} = [p_x \ p_y \ p_z \ \xi_\alpha \ \xi_\beta \ \xi_\gamma]^T$, 绳索长度向量为 $\mathbf{l} = [l_1 \ l_2 \ \cdots \ l_{3m}]^T$, 每个关节的重心高度为 $\mathbf{h} = [h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_m]^T$ 。式中 m 为机械臂总的关节数目, n 为末端自由度数目。

$$\text{将} \begin{cases} \delta p = \frac{\partial p}{\partial \theta} \delta \theta \\ \delta l = \frac{\partial l}{\partial \theta} \delta \theta \\ \delta h = \frac{\partial h}{\partial \theta} \delta \theta \end{cases}, \text{代入式(36)可得:}$$

$$\mathbf{F}^T \frac{\partial p}{\partial \theta} \delta \theta - \mathbf{F}_t^T \frac{\partial l}{\partial \theta} \delta \theta - \mathbf{G}^T \frac{\partial h}{\partial \theta} \delta \theta = 0 \quad (37)$$

式中每个关节的转动角度为 $\theta = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_{2m}]$, 等式两边同时约去 $\delta \theta$ 并

$$\text{将雅可比矩阵} \begin{cases} \mathbf{J}_p = \frac{\partial p}{\partial \theta} \\ \mathbf{J}_l = \frac{\partial l}{\partial \theta} \\ \mathbf{J}_h = \frac{\partial h}{\partial \theta} \end{cases} \text{代入(37), 得出绳驱机械臂的静力学模型:}$$

$$\mathbf{F}^T \mathbf{J}_p - \mathbf{F}_t^T \mathbf{J}_l - \mathbf{G}^T \mathbf{J}_h = 0 \quad (38)$$

③解析刚度建模

刚度对于绳驱机械臂来说是一个极其重要的设计指标, 机械臂的刚度越大, 受到外力时抵抗变形的能力越强, 定位精度越高, 反之, 刚度越小, 抵抗变形的能力越差, 定位精度越低。为了进行绳驱机械臂的变刚度控制, 需建立准确的绳驱机械臂刚度模型, 本文在静力学模型的基础上进行公式推导, 通过直接计算, 得到绳驱机械臂的解析刚度模型。

首先对静力学模型式(38)进行转置运算, 然后对等式两边取 $\theta_{1 \times 2m}$ 的偏导, 得到式(39)

$$\frac{\partial \mathbf{J}_p^T}{\partial \theta} \mathbf{F} + \mathbf{J}_p^T \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \theta} - \frac{\partial \mathbf{J}_l^T}{\partial \theta} \mathbf{F}_t - \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \theta} - \frac{\partial \mathbf{J}_h^T}{\partial \theta} \mathbf{G} - \mathbf{J}_h^T \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta} = 0 \quad (39)$$

因为机械臂自身重力为固定常数, 所以 $\mathbf{J}_h^T \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial \theta} = 0$, 令

$$\mathbf{H}_{J_p^T} = \frac{\partial \mathbf{J}_p^T}{\partial \theta}, \mathbf{H}_{J_l^T} = \frac{\partial \mathbf{J}_l^T}{\partial \theta}, \mathbf{H}_{J_h^T} = \frac{\partial \mathbf{J}_h^T}{\partial \theta}, \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \theta} = \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial l} \frac{\partial l}{\partial \theta} = \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial l} \mathbf{J}_l$$
 原来的式

子变为(40):

$$\mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F} + \mathbf{J}_p^T \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \theta} - \mathbf{H}_{J_l^T} \mathbf{F}_t - \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial l} \mathbf{J}_l - \mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G} = 0 \quad (40)$$

移项得:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{F}} = \left(\mathbf{H}_{J_l^T} \mathbf{F}_t + \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial l} \mathbf{J}_l + \mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G} - \mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F} \right)^{-1} \mathbf{J}_p^T \quad (41)$$

由于 $\frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{F}} = \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{p}} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{F}} = (\mathbf{J}_p)^{-1} \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{F}}$ ，所以原式变为：

$$\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{p}} \right)^{-1} = \mathbf{J}_p \left(\mathbf{H}_{J_t^T} \mathbf{F}_t + \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{l}} \mathbf{J}_l + \mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G} - \mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F} \right)^{-1} \mathbf{J}_p^T \quad (42)$$

根据刚度的定义可知 $\mathbf{K} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{p}}$ ，得到刚度模型为：

$$\mathbf{K} = \left[\mathbf{J}_p \left(\mathbf{H}_{J_t^T} \mathbf{F}_t + \mathbf{J}_l^T \frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{l}} \mathbf{J}_l + \mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G} - \mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F} \right)^{-1} \mathbf{J}_p^T \right]^{-1} \quad (43)$$

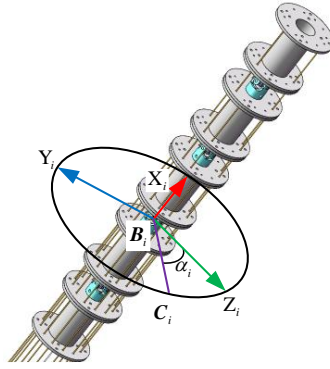
在上式中， \mathbf{J}_p 为 $6 \times 2m$ 矩阵， \mathbf{J}_p^T 为 $2m \times 6$ 矩阵， \mathbf{J}_l 为 $3m \times 2m$ 矩阵， \mathbf{J}_l^T 为 $2m \times 3m$ 矩阵， \mathbf{J}_h^T 为 $2m \times m$ 矩阵， $\frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{l}}$ 为 $3m \times 3m$ 的表示绳索自身的刚度对角矩阵。由于 $\mathbf{H}_{J_t^T} \mathbf{F}_t$ ， $\mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G}$ ， $\mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F}$ 是海森矩阵，计算困难，运算量大，可通过改变运算顺序变为式(44)，当 \mathbf{F}_t ， \mathbf{G} ， \mathbf{F} 为已知常数时，先进行分子运算， $\partial \mathbf{J}_l^T \mathbf{F}$ ， $\partial \mathbf{J}_h^T \mathbf{G}$ ， $\partial \mathbf{J}_p^T \mathbf{F}$ 均可化简为 $2m \times 1$ 矩阵，然后在对 θ 求偏导后转换为 $2m \times 2m$ 矩阵，以上三个矩阵都是 $2m \times 2m$ 的，可进行连续加法运算。在与 \mathbf{J}_p ， \mathbf{J}_p^T 进行矩阵运算后，最终得到 6×6 的刚度矩阵 \mathbf{K} 。本文用刚度矩阵 \mathbf{K} 的主对角线元素来评价整个绳驱机械臂系统的刚度。

$$\begin{cases} \mathbf{H}_{J_t^T} \mathbf{F}_t = \frac{\partial \mathbf{J}_l^T \mathbf{F}_t}{\partial \theta} \\ \mathbf{H}_{J_h^T} \mathbf{G} = \frac{\partial \mathbf{J}_h^T \mathbf{G}}{\partial \theta} \\ \mathbf{H}_{J_p^T} \mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{J}_p^T \mathbf{F}}{\partial \theta} \end{cases} \quad (44)$$

④刚度影响因素的分析

传统方法中的海森矩阵 $\mathbf{H}_{J_t^T}$ 、 $\mathbf{H}_{J_h^T}$ 、 $\mathbf{H}_{J_p^T}$ 是可以忽略不计的。所以在式(10)中，可以忽略包含海森矩阵的项对刚度的影响。那么末端位姿的雅可比矩阵 \mathbf{J}_p 、绳索的雅可比矩阵 \mathbf{J}_l 、绳索自身的刚度对角矩阵 $\frac{\partial \mathbf{F}_t}{\partial \mathbf{l}}$ 和绳索的拉力 \mathbf{F}_t 将对绳驱机械臂的刚度起着重要的作用。由此可见，绳驱机械臂的构型、驱动绳索和绳索所受的拉力是决定绳驱机械臂刚度的重要因素。

本文设计的同时考虑整体构型和末端姿态的刚度控制方法,通过改变绳驱机械臂中间构型来控制绳驱机械臂的整体刚度。首先,选取绳驱机械臂中的任意关节(非两端关节)作为被控关节,将该关节的万向节中心点作为被控制点,如图所示。然后在被控制点所在的关节坐标系 $\{i\}$ 的YZ平面内建立一个控制圆,在控制圆上可选取任意一点作为控制点。我们将控制点与被控制点间的 The Euclidean distance 定义为 d ,通过梯度投影法优化 The Euclidean distance d 以达到最小值,当最小值为0了,被控制点与控制点重合,当前构型完全达到期望构型,当最小值不为0时,当前构型为不影响末端位置和姿态的极限构型。由于控制点选取不同,对应的构型不同,在相同末端位置和姿态下对应的绳驱机械臂的整臂刚度不同。在关节坐标系 $\{i\}$ 的 $Y_iO_iZ_i$ 平面内,任选 N 个控制点,可规划出 N 个不同的绳驱机械臂构型。将逆运动学计算出来的关节角度带入刚度模型(43)中,可得到整臂刚度,选取最大刚度点对应的关节角度,即为最优构型角度。通过该规划方法,可得到在相同末端位置和姿态下的最大刚度构型。提高了绳驱机械臂的整臂刚度。



②被控制点和控制点的选择(刚度控制点,刚度被控制点)

根据图1中建立的D-H坐标系可知, $\{i\}$ 坐标系位于万向节中心。为了方便表示和计算,本文将万向节中心设置为刚度被控制点 iB_i 。由正运动学方程可知,在笛卡尔坐标系下的刚度被控制点 0B_i 可表示为:

$${}^0B_i = {}^0T_i(1:3;4) = p_i = [x_i, y_i, z_i]^T \quad (47)$$

本文在关节坐标系 $\{i\}$ 的 $Y_iO_iZ_i$ 平面内设置一个半径为 R 的控制圆,如图1所示。控制圆上的任意一点可以被选择为控制点 iC_i 。通过正运动学方程(1)可知,在笛卡尔坐标系下的控制点 0C_i 的坐标矩阵可表示为:

$${}^0C_i = {}^0T_i \cdot [0, R \sin(\alpha_i), R \cos(\alpha_i), 1]^T \quad (48)$$

由上述(47)和(48)可知,在笛卡尔坐标系下的刚度控制点与刚度被控制点之间的距离 The Euclidean distance 可表示为:

$$d_i = \left| {}^0\mathbf{C}_i - {}^0\mathbf{B}_i \right| \quad (49)$$

③梯度投影法优化刚度

绳驱机械臂多为冗余自由度的（自由度>6）。在进行绳驱机械臂的逆运动学计算时，具有多解性。在相同的末端位置和姿态下，绳驱机械臂具有无穷多的空间构型。因此为绳驱机械臂的变刚度控制提供了无穷多的空间构型选择。本文采用梯度投影法优化刚度控制点和被控制点的 the Euclidean distance 以改变绳驱机械臂的空间构型，在多个空间构型中选取对应刚度最大的空间构型作为最优构型。

针对相同末端位置和姿态下的绳驱机械臂构型，在雅可比矩阵行满秩的条件下，绳驱机械臂的逆运动学通解可表示为：

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{p}} + (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) \dot{\boldsymbol{\theta}}_v \quad (50)$$

首先将梯度投影法中的距离性能指标函数 $H(\boldsymbol{\theta})$ 表示为式(51)，

$$H(\boldsymbol{\theta}) = \begin{cases} d_i = \left| {}^0\mathbf{C}_i - {}^0\mathbf{B}_i \right| & \exists d_i \leq s_i \\ 0 & \forall d_i \leq s_i \end{cases} \quad (51)$$

式中 s_i 为安全阈值。

则其梯度向量可表示为：

$$\nabla H(\boldsymbol{\theta}) = \left[\frac{\partial H}{\partial \theta_1}, \frac{\partial H}{\partial \theta_2}, \dots, \frac{\partial H}{\partial \theta_{2m}} \right]^T \quad (52)$$

本文采用梯度投影法，通过改变关节速度矢量 $\dot{\boldsymbol{\theta}}_v$ 的取值来实现距离性能指标的优化， $\dot{\boldsymbol{\theta}}_v$ 可表示为：

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_v = k_p \nabla H(\boldsymbol{\theta}) \quad (53)$$

结合式(50)和(53)，关节速度矢量 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 与距离性能指标函数 $H(\boldsymbol{q})$ 的关系如下所示。

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{p}} + k_p (\mathbf{I} - \mathbf{J}^+ \mathbf{J}) \nabla H(\boldsymbol{\theta}) \quad (54)$$

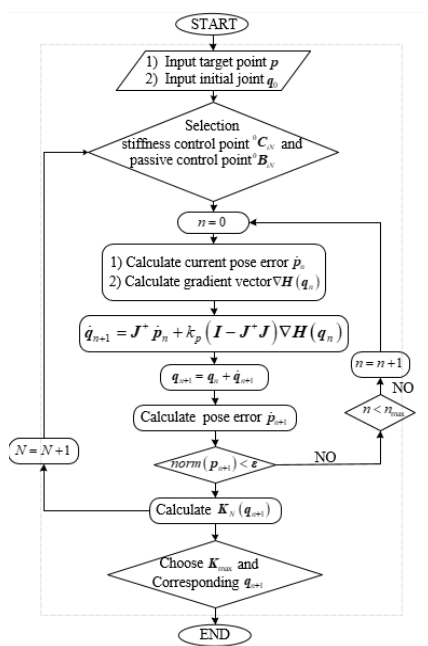
式中 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 是关节空间的速度矢量， $\dot{\mathbf{p}}$ 是笛卡尔空间的速度矢量， \mathbf{J} 是绳驱机械臂的雅可比矩阵， \mathbf{J}^+ 雅可比矩阵的伪逆， k_p 是比例因子， \mathbf{I} 是单位矩阵。 $\mathbf{J}^+ \dot{\mathbf{p}}$ 是方程(54)中由伪逆法得到的最小范数解，1是方程(54)的齐次解。然而方程的齐次解是不影响绳驱机械臂末端的位置和姿态的，与 $\dot{\mathbf{p}}$ 无关，只与 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 有关。最小范数解决定着绳驱机械臂整体的运动趋势，采用梯度投影法的齐次解决定着绳驱机械臂的空间构型变化趋势。因此本文可通过改变绳驱机械臂的距离性能指标函数 $H(\boldsymbol{q})$ 来改变空间构型，最终达到优化绳驱机械臂刚度的目的。该过程而不影响末端的位置和速度。

比例因子 k_p 在方程(54)中具有重要作用，它决定着整体运动趋势和空间构型变化趋势的在最终运动规划中所占的比重。当 k_p 趋近于 0 时，无构型优化，仅由伪逆法得到的最小范数解起作用。我们是无法控制绳驱机械臂的构型和刚度的。当 k_p 过大时，绳驱机械臂整体的运动趋势影响变小，极易产生末端定位误差。并且可能会产生不合理的关节空间角度，影响整个绳驱机械臂的主体运动。因此，我们需要设置 k_p 的参数值来提高绳驱机械臂的刚度。

④同时考虑整体构型和末端姿态的变刚度控制方法

同时考虑整体构型和末端姿态的刚度控制方法可根据设定的任务要求，在使绳驱机械臂达到期望的位置和姿态的同时，选择最大的刚度臂型，尽可能的提高绳驱机械臂系统的刚度。

首先，输入空间任务中期望达到的绳驱机械臂的末端位置、姿态和输入初始的关节角度。在绳驱机械臂关节中选择合适的刚度被控制点，在刚度被控制点所处的圆周上选择 i 个刚度控制点。然后根据建立好的 D-H 坐标系，计算出当前位姿和期望位姿的差，同时计算出梯度向量。通过梯度投影法得出关节速度矢量和距离性能指标函数的关系。利用迭代的思想将瞬时的关节速度矢量和当前的关节角度转换为下一时刻的关节角度。根据下一时刻的关节角度重新计算当前位姿和期望位姿的差，并判断误差是否满足要求。如不满足要求，将继续进行迭代运算，若满足要求将最终得到的关节角度带入上一节推导的刚度模型中，计算绳驱机械臂的刚度。重复 i 次上述过程，选取计算得到的最大刚度以及对应的关节角度值。整体的计算流程如图所示。经过上述计算得到的关节角度值既满足了末端位置和姿态的任务要求，又提高了绳驱机械臂的刚度，实现了绳驱机械臂的变刚度控制。

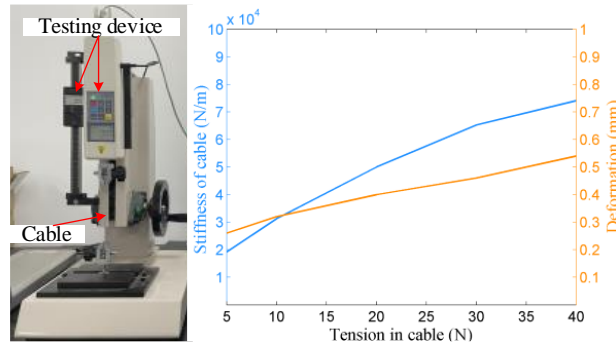


(8) 仿真和实验

本文以冗余自由度的绳驱机械臂为例进行仿真计算和样机实验。该机械臂的每个关节由三根绳索控制，绳索共 12 根。绳驱机械臂参数如下表所示。

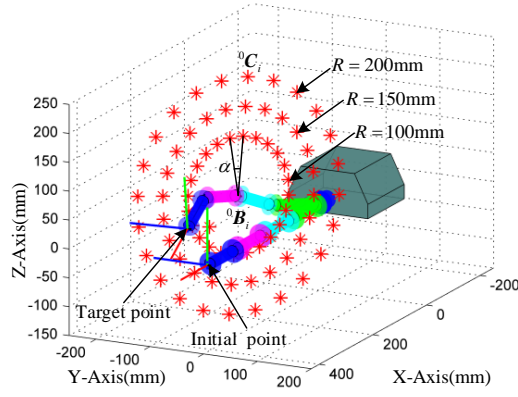
Parameter	Value
Number of modular joint	4
DOFs of the cable-driven manipulator	8
Mass of the joint (g)	11 8
Length of the joint(mm)	104
Number of driving motors	12
Cable diameter(mm)	0.6

绳索刚度是决定绳驱机械臂刚度的重要因素。在进行仿真和实验前，首先对绳索的刚度进行了测试。测量在不同拉力下的绳索型变量，计算绳索刚度数值，如图所示。



①变刚度规划仿真

根据第三节中的 XXX 变刚度控制方法，本文进行了仿真计算。首先将基座坐标系 $\{0\}$ 设置在第一个关节万向节的中心处，如图 1D-H 坐标系所示。通过式 (2) 可得到各个关节坐标系 $\{i\}$ 与基座坐标系 $\{0\}$ 的齐次变换关系和各个万向节中心坐标点 ${}^0\mathbf{B}_i$ 。一般来说，将刚度被控制点定为绳驱机械臂中间的肘部关节。因为肘部关节对绳驱机械臂的构型影响最大。为了寻找最优的变刚度控制构型，设定 n 个均匀分布在控制圆周上的刚度控制点。两个刚度控制点间的夹角为 α ，控制圆半径 R 可任意设定，刚度控制点选择如图所示。下面以 ${}^0\mathbf{B}_4$ 作为刚度被控制点为例，进行变刚度规划。控制圆半径被设定为 100mm。相邻两个刚度控制点之间的夹角 $\alpha = 15^\circ$ 。

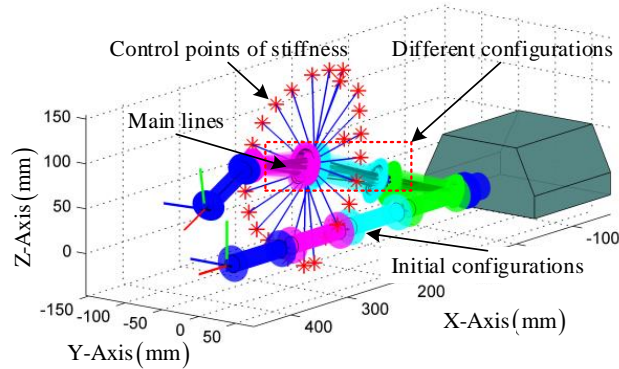


首先，将初始构型设置为水平状态，初始关节角度 $\theta_0 = 0$ ，初始末端点坐标和姿态为 $[416, 0, 0, 0, 0, 0]$ ，目标末端点的坐标和姿态设为 $[390, -50, 50, 0000]$ 。众所周知，绳驱机械臂的逆运动学具有多解性。本文通过梯度投影法的优化准则来获得构型最优解。在目标末端点相同时，刚度控制点的选取由式(55)的前三列决定。根据式(51)中刚度控制点和刚度被控制点的关系，可得到距离性能指标函数 $H(\theta)$ 。将 $H(\theta)$ 代入梯度投影法的逆解公式(54)中，由迭代计算得到关节速度矢量 \dot{q} 积分成新的关节角度 θ 。随着 N 的值的增大，每次逆解得到的关节角度 θ 都不同，共有 N 种可能，所以得到的绳驱机械臂构型也各不相同，如图所示。

$${}^0C_{iN} = {}^0T_i \cdot [0, R \sin((N-1)\alpha_i), R \cos((N-1)\alpha_i), 1]^T \quad (55)$$

$$\theta_N = [\theta_{N1}, \theta_{N2}, \dots, \theta_{N(2m)}] \quad (56)$$

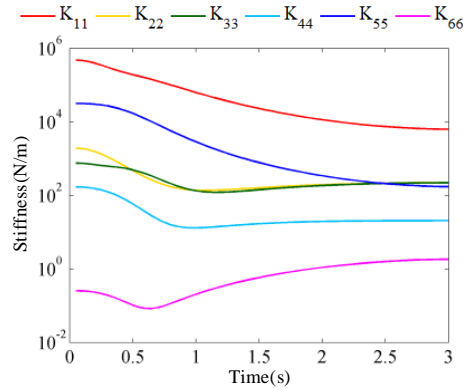
式中 $i = 4$ ， $N = 1, 2, 3, \dots, \frac{2\pi}{\alpha}$ ， m 为绳驱机械臂的关节数。



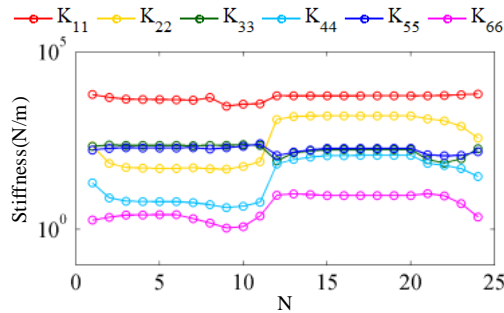
首先，当 $N = 1$ 时，设定 ${}^0C_{41}$ 作为第一个控制点，通过梯度投影法进行逆运动学求解可得到 θ_1 。将 θ_1 作为关节空间运动的目标关节角度，绳驱机械臂从 θ_0 到 θ_1 的运动过程中，设定起止速度和加速度均为 0。

$\theta_1 = [-18.54 \quad -17.69 \quad 0.82 \quad -1.08 \quad 14.51 \quad 11.92 \quad 14.86 \quad 20.12]^T$ ($^\circ$) 根据关节空间到绳索空间的转换关系，可将关节角度和角速度转换成对应的绳索长度和速度。根据以上数据，计算绳驱机械臂的绳索雅可比矩阵 J_l 、末端雅可比矩阵 J_p ，

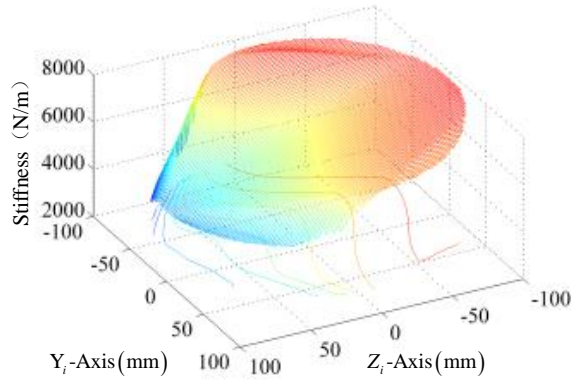
重力雅可比矩阵 \mathbf{J}_h ，并代入第二节中的刚度模型中。为了方便计算，将绳索拉力设定为 $F_i = 20N$ 。根据式(43)可得到绳驱机械臂运动过程中的刚度矩阵。人们通常使用刚度矩阵的对角线来描述绳驱机械臂的刚度。在 θ_0 到 θ_1 的运动过程中的刚度变化如下图所示。初始水平状态下，绳驱机械臂的刚度最大，在执行任务的过程中，绳驱机械臂的刚度总体趋势是降低的。



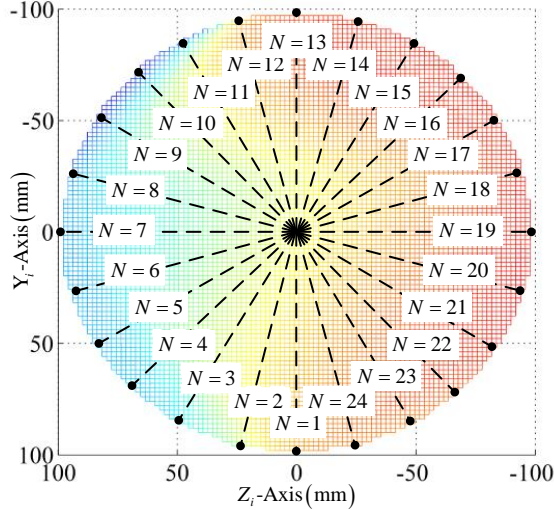
本文将末端达到目标点时的刚度作为最终的构型刚度。当选择第 N 个刚度控制点时，对应绳驱机械臂的第 N 个构型，重复上述计算过程，可得到 N 个刚度矩阵。根据 $\alpha = 15^\circ$ 可知， N 的取值为 24，即共有 24 组刚度矩阵。本文将绳驱机械臂末端达到目标点时的刚度矩阵作为最终的构型的刚度。对比 N 组刚度矩阵的值，如图 XX 所示。可得出第 20 组的刚度最高，第 9 组的刚度最低。因此本文通过 XX 方法改变绳驱机械臂的构型以实现变刚度控制，优化绳驱机械臂工作时的刚度。经过对绳驱机械臂的变刚度控制，可以提高绳驱机械臂的环境适应性，可以完成更多更复杂更困难的任务。



通过刚度矩阵的形式来评价绳驱机械臂的刚度并不是很清晰。为了更直观的显示控制圆的控制点与绳驱机械臂对应位姿的刚度关系，本文建立了绳驱机械臂变刚度云图。以刚度被控制点 ${}^0\mathbf{B}_i$ 所在的关节空间坐标系的 $\mathbf{Y}_i\mathbf{O}_i\mathbf{Z}_i$ 平面为底面，以对应点的刚度矩阵的迹 K_{trace} 画等高线图，建立绳驱机械臂控制点-刚度云图，如图所示。高度越高，颜色越趋向于红色，刚度越大，反之越小。该云图可更形象生动的表示各点的刚度大小以及刚度变化趋势。

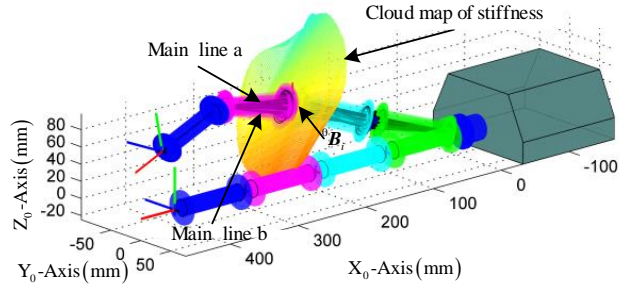


如图所示，该图是图 XX 的俯视图，刚度控制点均匀分布在底面控制圆上。 N 的值不同，所选取的刚度控制点 ${}^0C_{iN}$ 也不同。在俯视图中，可以更清晰的找到每一个控制点的坐标和对应刚度的关系。在 $N = 1$ 到 $N = 9$ 的过程中，刚度逐渐减少至最小值 3441N/m 。在 $N = 10$ 到 $N = 20$ 的过程中，刚度逐渐增大至最大值 7795N/m 。在 $N = 21$ 到 $N = 24$ 过程中，刚度又有所下降。在 24 组控制点中，最大值是最小值的 2.265 倍。由此可见，当我们选取 $N = 20$ 对应的刚度控制点规划的绳驱机械臂构型时，可以显著增强绳驱机械臂的刚度。当我们选取不同控制点时，绳驱机械臂的刚度也不同，从而实现了绳驱机械臂的变刚度控制。面对不同的空间任务，采用 XX 方法进行绳驱机械臂的变刚度控制具有重要意义。



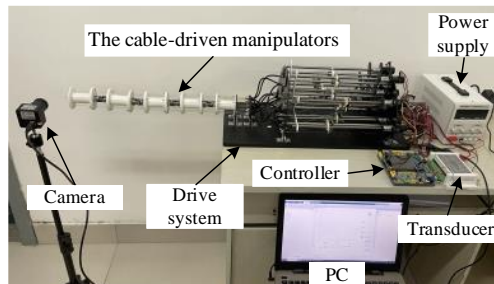
如图，刚度控制点与绳驱机械臂刚度的对应关系是抽象的，不便于理解的。为了更直观的表现绳驱机械臂的构型与刚度的关系，本文通过空间变换，建立了绳驱机械臂构型-刚度云图。简单来说，该云图是在构型规划的基础上，将控制点-刚度云图通过 0T_i 旋转至绳驱机械臂刚度被控制点 0B_i 处。使得关节空间坐标系的 $Y_iO_iZ_i$ 面与控制点-刚度云图的底面重合。由于刚度的取值范围过大，本文将刚度进行了如式所示处理，本文取 $p = 0.01$ 。

$$K_{\text{trace}} = K_{\text{trace}} * p - \text{mean}(K_{\text{trace}}) * p \quad (57)$$



绳驱机械臂构型-刚度云图更能反应绳驱机械臂的构型变化趋势与刚度变化趋势的关系。在 XX 方法得出的多组构型的基础上，很明显的可以看出 a 侧的刚度较弱，b 侧的刚度较强。这种绳驱机械臂构型-刚度云图反映了多种构型对应的刚度大小和变化趋势。它可以帮助人们更迅速、更准确的选择合适的绳驱机械臂构型。绳驱机械臂构型-刚度云图对人们选择不同刚度的构型去完成不同的任务具有重要指导意义。

为了验证理论计算和基于臂型规划的变刚度控制方法，设计了绳驱机械臂变刚度控制实验平台，如图所示。实验平台包括绳驱机械臂，驱动部分，控制部分和相机全局检测部分。考虑到万向节关节的限制，将关节的运动范围设定在 $[-35^\circ, 35^\circ]$ 之间。通过该实验平台进行了刚度模型测试，C 型构型刚度测试，S 型构型刚度测试，和基于臂型规划的变刚度控制测试。

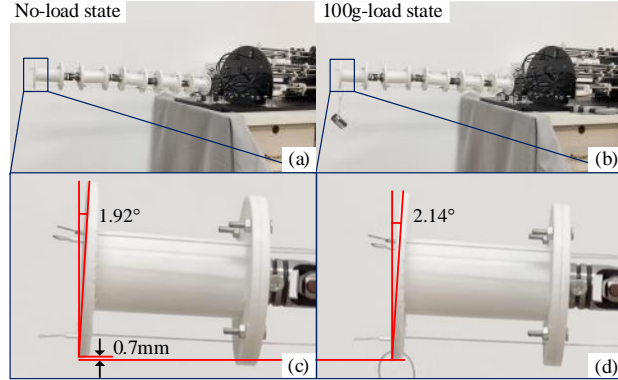


②刚度模型测试

通常学者们采用刚度矩阵的主对角线来描述刚度的大小。本文同时采用式 (58) 直接测量绳驱机械臂的刚度进行对比验证。对绳驱机械臂施加外力时，施加外力不精准且会受到自身重力的影响。因此，为了减少外力和重力对实验结果的影响，本文在绳索机械臂末端竖直悬挂标准质量的砝码来模拟外力。在使用解析刚度模型和直接测量法时，只计算和比较竖直方向 Z 的刚度。通过测量，可得到图 x(a) 中的末端位姿和各个关节角度。将测得的参数代入式(43)解析刚度模型中，计算得到绳驱机械臂当前臂型下的刚度矩阵。由式(43)中的 \mathbf{J}_p 和 \mathbf{p} 的关系可知，主对角线的第三行可表示绳驱机械臂的 Z 轴方向刚度，即 $\mathbf{K}(3,3) = 563.9\text{N/m}$ 。

$$\mathbf{K}_p = \frac{\Delta \mathbf{F}}{\Delta \mathbf{p}} \quad (58)$$

式中 Δp 表示绳驱机械臂末端的位移变化量。砝码重量为 100g，绳驱机械臂末端在 Z 轴方向的位移变化量为 0.0019m，如图 X(c)和(d)所示。代入式(58)中，可计算出 $K_{pz} = 526.3N/m$ 。



变刚度绳驱机械臂样机由硬件控制部分和软件监测部分组成，核心控制器选择的是 STM32f407 单片机，单片机 MCU 通过 CAN 总线通信发送的速度信号和位移信号来控制电机转动从而控制绳索速度和位移变化。MCU 通过 RS485 通信来采集拉力传感器 SBT630B 的数字信号。数字信号比传统的模拟信号更加稳定和精准，可提高拉力控制精度。最后采用串口通信的方式将采集到的电机速度和位置信号、拉力信号反馈给 PC 上位机并保存记录数据。

根据前期的结构设计、运动学研究和控制策略设计搭建变刚度绳驱机械臂样机如 Figure 14 所示。样机具体参数如 Table 4 所示。本小节根据自行研发的样机进行了卷积 S 速度曲线规划实验、绳索拉力控制实验和变刚度控制实验。

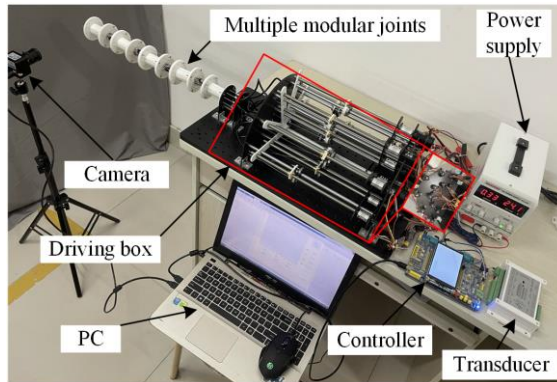


Figure 14 Variable stiffness rope drive manipulator experimental system

Table 4 Parameters of Variable stiffness rope drive manipulator.

Parameter	Value
Working voltage(V)	24
Length of modular joint (mm)	104
Mass of modular joint (g)	118
Number of modular joint	4
Mass of Multiple modular joints(g)	472

Length of Multiple modular joints(mm)	465
DOFs of manipulator	8
Driving Motor number	12

变刚度控制对卫星柔性抓捕尤为重要，绳驱机械臂的刚度取决于运动臂型和绳索拉力。针对以上特点，本文设计的变刚度绳驱机械臂实验样机可进行多种实验。实验内容有：速度规划实验、拉力保持及抗扰实验、拉力变化跟随实验、变刚度控制实验，静态刚度实验和动态刚度实验。

实验原理：首先应用本文提出的运动学方程规划绳驱机械臂的运动，将得到的位移和速度曲线进行卷积 S 速度曲线规划，然后将规划数据导入变刚度绳驱机械臂的 MCU 中，作为阻抗控制的期望运动曲线。实验前进行拉力传感器的标定，实验中将绳驱机械臂样机拉力传感器反馈的拉力值和电机编码器反馈的速度值和位置量与期望运动曲线对比，进行实时控制。

通过实验数据验证绳驱机械臂的运动学方程求解的正确性及变刚度特性、卷积 S 速度曲线规划和阻抗控制方法的有效性。

实验装置：变刚度绳驱机械臂实验样机由 4 个万向节组成，共 8 个自由度。本文设计的实验系统由实验样机、全局相机、PC 组成。

测量方式：通过 PC 上位机读取并记录绳驱机械臂样机拉力传感器和旋转编码器的数据，同时 plot 出绳索位移、速度和拉力的实时曲线。实验全过程由固定的全局相机记录下来，将全局相机采集到的图像进行处理可得到绳驱机械臂末端的位移变化量。

③基于卷积的 S 速度曲线规划实验

在进行变刚度绳驱机械臂动态运动控制的过程中，12 根绳索控制电机按照第四小结中的卷积 S 速度曲线规划算法规划出的绳索速度曲线运行，电机和绳索的速度映射关系如(32)所示。通过 PC 上位机实时读取电机编码器中的当前速度信息转换为绳索速度并记录下来，实际绳索速度如下所示。

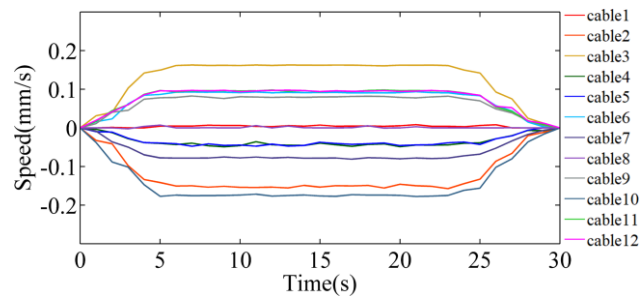


Figure 15 The actual speed of the 12 ropes

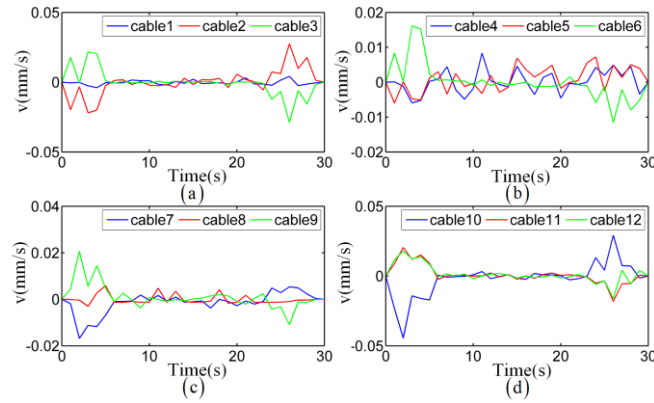


Figure 16 The speed error of 12 cables(a) Speed error of Joint 1 (b) Speed error of Joint 2(c) Speed error of Joint 3(d) Speed error of Joint 4

将卷积 S 速度曲线规划算法计算出的期望速度与实际速度做差可得到 4 个关节共 12 根绳索的速度误差数据如 Figure 16 所示。在加减速状态时，速度控制误差在 $-0.03\sim 0.03\text{mm/s}$ ，在匀速状态时，速度控制误差在 $-0.01\sim 0.01\text{mm/s}$ 。由实验数据可知，卷积 S 速度曲线规划算法使速度控制更加平滑稳定。

④拉力控制实验

在阻抗控制的基础上结合速度控制内环，设计了绳索拉力阻抗控制实验。使用电机拉动其中一根绳索，并用拉力传感器检测绳索上的拉力。将绳索期望拉力设置为 4N，由拉力传感器监测绳索上的拉力。分析拉力保持状态下的误差。然后在拉力保持过程中，对机械臂关节施加任意两个方向扰动外力，在受外力影响时，绳索实际拉力突变，会使期望拉力与实际拉力产生误差。该样机实验系统具有自动恢复功能以迅速减少误差。通过数据分析干扰后绳索上拉力的恢复响应能力以及恢复稳定拉力后的误差变化。

实验结果如 Figure 17(a)所示，通过实验结果可知，在 4N 拉力保持过程中，误差在 $-0.15\text{N}\sim +0.15\text{N}$ 范围内，误差结果 Figure 17(d)所示，占总体拉力的 3.75%，稳定性良好。在瞬间施加正反两个干扰力后，拉力在 0.25s 内迅速恢复到期望拉力值，误差逐渐减小，恢复稳定状态。综上，系统抗扰动性能良好，响应快，绳索拉力控制精度高。

在上述拉力保持基础上进行拉力变化跟随实验。依次将期望拉力设定为阶跃递增模式和阶跃递减模式，在一定时间内从 4N 逐步加载至 10N，在由 10N 逐步减少到 4N。每次设定期望拉力的阶跃变化为 1N，分析绳索拉力上升和下降时的响应速度和拉力上升跟随和下降跟随效果以及拉力稳定状态下的实际拉力变化。

实验结果如 Figure 17(b)和(c)所示。通过实验结果可知，变化过程中期望拉力与实际拉力的误差如图 Figure 17(e)和(f)所示。在拉力跟随过程中，误差始终在 $-0.15\text{N}\sim +0.15\text{N}$ 范围内，从上升到稳定状态耗时仅需 0.1s,系统响应速度快，拉力跟随效果明显，系统稳定性良好。

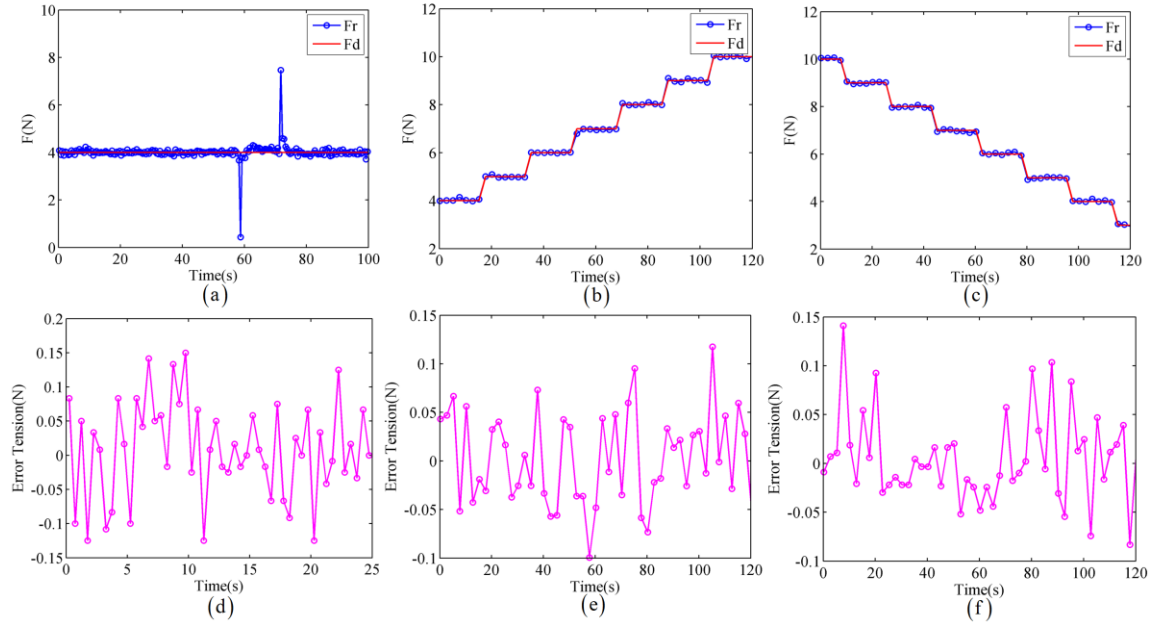


Figure 17 Modular joint experimental data (a) Tension holding and disturbance rejection experiment (b) Pull up follows the experiment (c) The pull drop follows the experiment (d) Tension holding and disturbance rejection experiment error (e) Pull up follows the experiment error (f) The pull drop follows the experiment error

⑤刚度控制实验

本文通过基于卷积的 S 速度曲线规划算法规划出变刚度绳驱机械臂的运动，在用基于位置的阻抗控制算法补偿绳索的运动位置和速度变化，提高绳驱机械臂的刚度，达到变刚度控制的效果。

在以上单关节实验中的拉力控制基础上进行多关节静态刚度实验。因绳驱机械臂一般为冗余自由度(自由度 >6)，为验证多关节绳驱机械臂的静态刚度控制，选用 4 关节 8 自由度的冗余绳驱机械臂进行静态刚度实验。

首先控制绳驱机械臂保持水平拉直状态，记录当前位置。在机械臂末端悬挂 100g 砝码，机械臂末端明显发生 1.56mm 位移，如 Figure 18(a)所示。然后，进行静态变刚度增强控制，机械臂末端发生位移 0.46 mm，如 Figure 18(b)所示。最后，对比进行静态变刚度增强前后的末端位移，如图 Figure 18(c)所示，变刚度增强后比变刚度增强前末端位移偏差缩小了 1.10mm。

分析实验结果可知，在未进行刚度控制的普通水平状态时，在机械臂末端加载 100g 砝码，末端会发生 1.56mm 位移，刚度性能较差。对比普通水平状态下加载 0g 砝码与变刚度增强状态下加载 100g 砝码的末端位移变化，如 Figure 18(b)所示。末端位移明显减少至 0.46mm，刚度性能显著提升。对比普通水平状态下加载 100g 砝码与变刚度增强状态下加载 100g 砝码的末端位移变化，如 Figure 18(c)所示，变刚度增强控制可明显减小受负载影响的末端位移偏差。该控制方法可增强机械臂的静态刚度，提高了绳驱机械臂的负载能力。

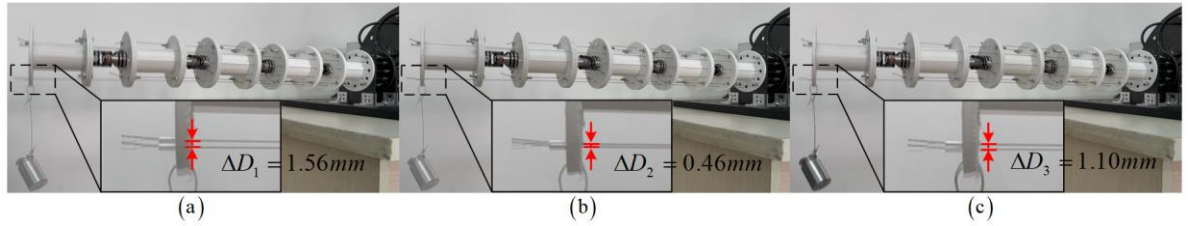


Figure 18 Static stiffness experiment (a) The displacement changes of loading 0g weight and loading 100g weight (b) After strengthening the stiffness, the displacement changes of loading 0g weight and loading 100g weight (c) Before and after strengthening the stiffness, the displacement changes of 100g weight

⑥动态刚度实验

进行多关节绳驱机械臂动态运动控制，控制机械臂向上弯曲，记录运动过程。将机械臂恢复水平拉直状态，在其末端悬挂 100g 砝码，重复弯曲运动，记录运动过程。然后再次将机械臂恢复水平拉直状态，进行动态刚度增强控制，重复以上运动，采用全局相机记录运动过程。

分析实验结果可知，多关节绳驱机械臂在空载运动过程中，关节运动顺畅，精度高，恢复初始水平运动重复性好，如 Figure 19(a)所示。在悬挂 100g 负载后，变刚度绳驱机械臂可正常运动，但存在较大运动误差，不能达到预期位置，与 Figure 19(a)预期位置相差 13.75mm，如 Figure 19(b)所示，动态刚度性能较差。在进行变刚度增强控制后，绳索拉力明显增大，运动过程流畅，缩减了运动误差，与 Figure 19(a)所达位置的误差仅为 1.96mm，如 Figure 19(c)所示。在进行变刚度增强控制后，动态刚度性能明显提升，提高了绳驱机械臂的负载能力和运动精度。

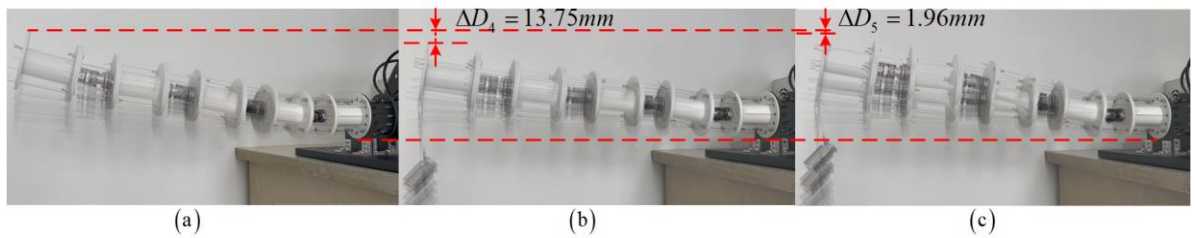


Figure 19 Dynamic stiffness experiment (a) The normal trajectory (b) The trajectory of 100g weight is loaded under normal conditions (c) Trajectory of 100g weight under stiffening condition

3. 控制与仿真

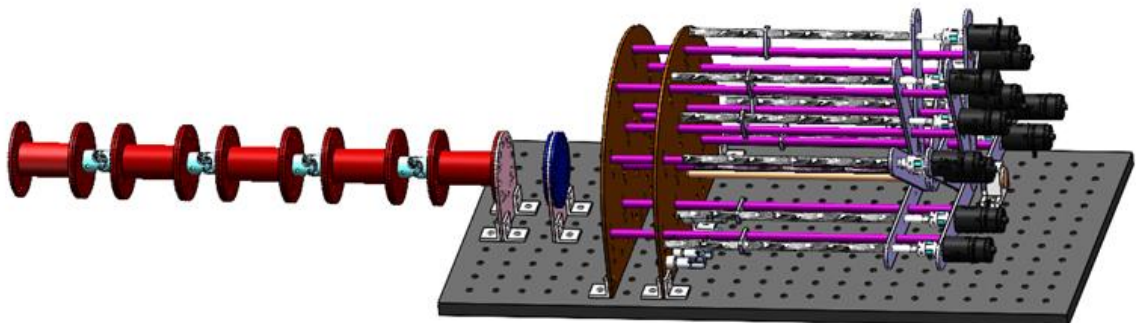


图 8 变刚度机械臂三维模型图

(1) 根据上述理论分析和功能需求, 建立 solidworks 三维模型如图 8 所示, 对关键受力零部件进行 ansys 分析, 分析在承受 100N 拉力时, 零部件的应力和应变情况。

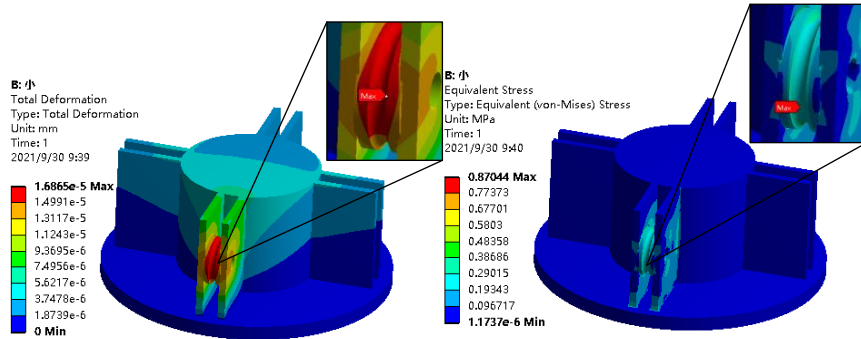


图 9 关键零部件应力-位移分析

受绳索拉力时, 设定凹槽滑轮处凹槽面所受的拉力为 100N, 应力-位移分析如图 9 所示, 最大位移在凹槽滑轮外侧, 其位移量为 0.87044mm, 最大应力点在凹槽滑轮处为 1.6865MPa, 由以上分析可知绳索拉力为 10N 时对绳索布置导向组没有影响。

(2) 在 Matlab 中建立变刚度机械臂的运动学模型如图 10 所示, 编写 simulink 仿真程序, 模拟柔性机械臂的运动情况。

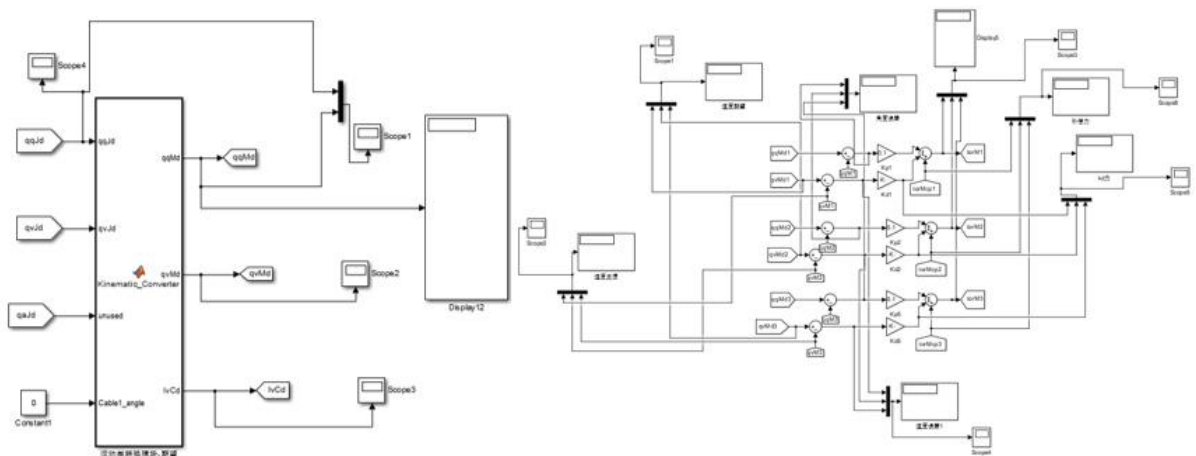


图 10simulink 仿真

(3) 在经过多次理论研究和验证后, 根据 solidworks 三维模型, 确定 CAD 二维加工图纸, 本项目采用碳纤维板材, 质量轻、强度大、精度高加工。将确定好的 CAD 图纸送交厂家进行 CNC 切割, CNC 加工精度高、周期短、价格实惠。

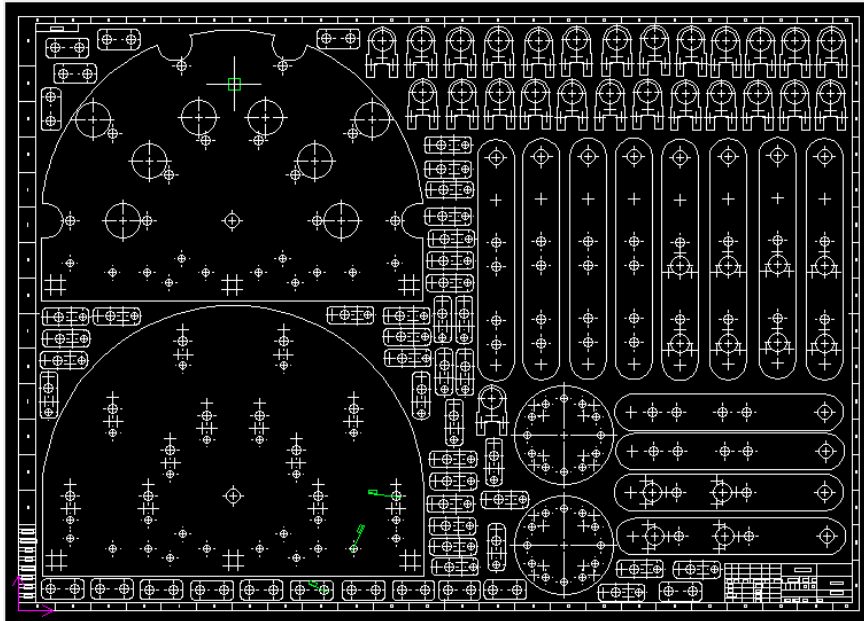


图 11CNC 加工碳纤维板材图纸

(4) 根据上述理论分析和模型建立，制定了系统的性能指标。系统的性能指标是评价一个系统的重要指标，是进行系统设计重要的约束条件和指导大纲，也是系统验收的重要衡量标准。为保障系统满足任需求，对机械臂提出如下的性能指标：

机械臂末端静态负载不小于 2kg；机械臂自由度不小于 6。

机械臂绳索最大承受的拉力不小于 800N，绳索最大移动速度不小于 4mm/s；单条绳索运动精度为 0.1mm 以下；

(5) 本项目根据以上要求最终加工出变刚度机械臂实物样机如图 12 所示。该实物样机是在精简结构、简化计算和不影响系统功能的前提下，可实现轨迹规划自由运动功能。实物样机主要由机械结构部分、硬件电路部分、PC 上位机软件组成。

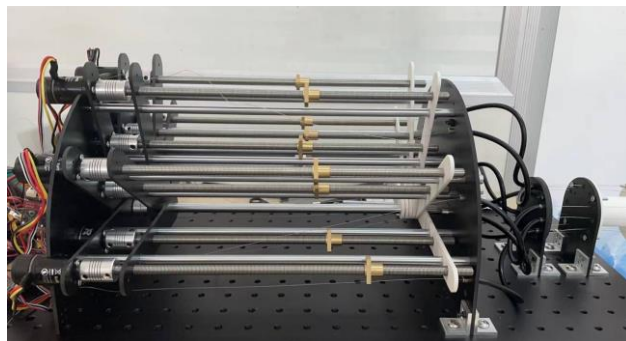


图 12 实物样机

(6) 变刚度机械臂控制系统由硬件控制部分和软件监测部分组成，中间核心控制选择的是 STM32f407 单片机，单片机通过 CAN 总线通信控制电机转动来控制绳索位移变化，首先通过电机电流控制和速度控制来优化电机控制曲线，使电机响应更加迅速，速度控制更加精准，然后通过力位混合控制来控制

电机转动的角度，从而通过控制绳索的伸长和缩短来控制机械臂关节的转动变化。STM32 单片机通过 ADC(模拟量采集模块)采集拉力传感器的模拟量信号，将模拟量转化为方便计算的数字量，数字量经拉力标定和单位换算后变成精准的拉力数值。同时通过高速计数器来采集角度传感器信号，每发出一个正向脉冲增加 0.72° ，反之减少。最后采用串口通信的方式将采集到的电机速度位置信号、拉力信号和角度信号反馈给 PC 上位机并由上位机实时显示值大小并绘制同步曲线显示出来。控制系统总体方案如图 13 所示所示。

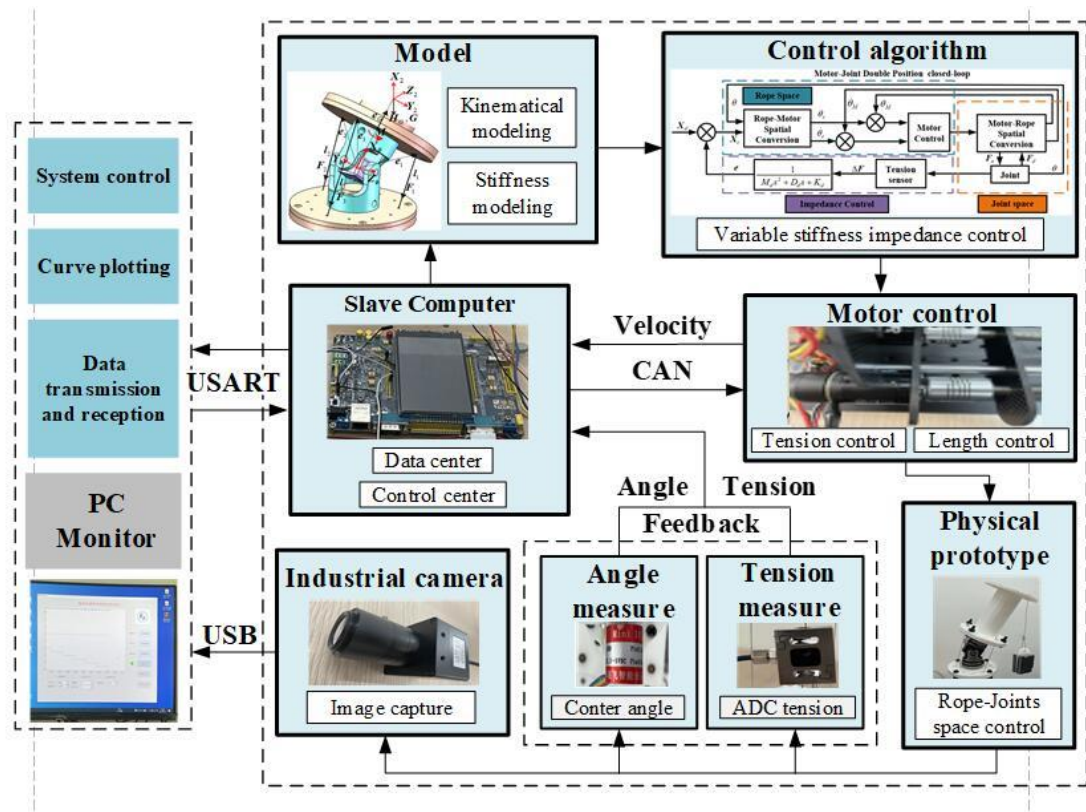


图 13 控制系统总体方案

(7) 设计控制系统硬件电路接线原理图如图 14 所示。

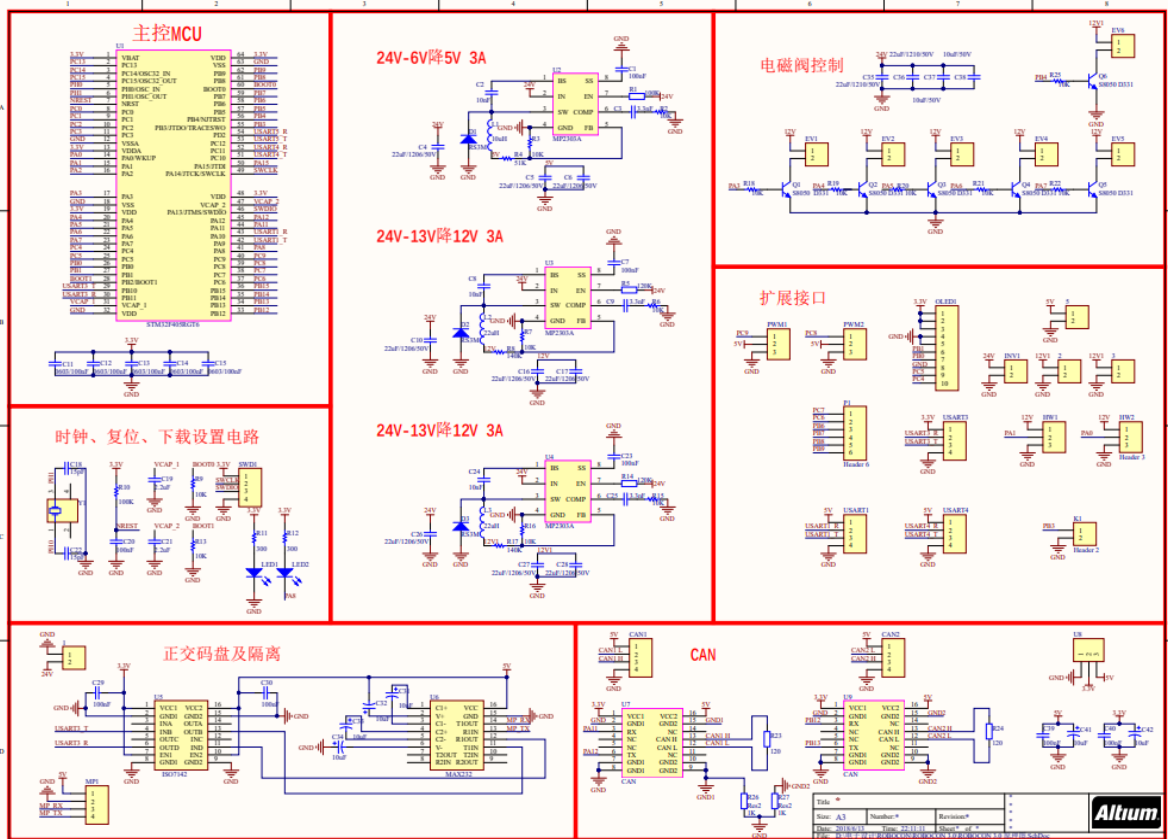


图 14 硬件接线原理图

(8) 设计控制系统硬件电路接线原理图如图 14 所示。



图 15 上位机

(9) 软件监测上位机如图 15 所示。